8Г

УДК 51:330.115

И.В. Гаращенко, А.В. Морозов, А.В. Панишев
Житомирский государственный технологический университет, Украина
org_giv1@us.ztu.edu.ua

Метод решения гамильтоновой задачи коммивояжера

Предлагается двухэтапный метод поиска решения гамильтоновой задачи коммивояжера, который либо находит решение поставленной задачи, либо корректно устанавливает, что задача неразрешима. Разработанный метод имеет значительно меньшую потребность в вычислительных ресурсах, чем известные алгоритмы.

Введение

В статье формулируются признаки негамильтоновости графа, опираясь на которые еще на первом этапе решения задачи можно определить, разрешима ли она. Это дает возможность на втором этапе искать оптимальное решение.

Сформулируем гамильтонову задачу коммивояжера (ГЗК).

Задан связный граф $H = (V, U)$ без петель и кратных рёбер, V – множество вершин, $|V| = n$, U – множество рёбер. Ребру $\{i, j\} \in U$ приписан вес (стоимость) $d_{ij} \in Z_0^+$, $i,j = \overline{1, n}$, Z_0^+ – множество неотрицательных чисел. Симметричная матрица весов $\left[d_{ij}\right]_n$, где $d_{ij} \in Z_0^+$, если $\{i, j\} \in U$, и $d_{ij} = \infty$ иначе, $i \neq j$, $d_{ii} = \infty$, $i = \overline{1, n}$, полностью определяет взвешенный граф $H = (V, U)$.

Граф $H = (V, U)$ гамильтонов, если он содержит гамильтонов цикл, то есть простой цикл, проходящий по всем вершинам V точно один раз. Гамильтонову циклу z поставлена в соответствие стоимость $D(z)$, равная сумме весов его рёбер.

ГЗК состоит в нахождении гамильтонова цикла z^* минимальной стоимости $D(z^*)$.

Поставленная задача NP – трудна [1]. Известные методы её решения представлены схемами организации полного перебора всех циклов в графе H [2-5]. Практическая реализация этих методов проблематична даже с применением самых мощных компьютерных систем.

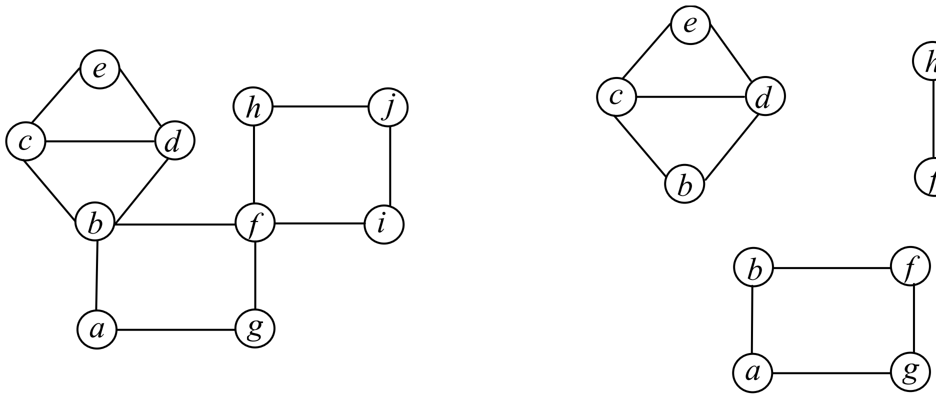
ГЗК характеризуется тем, что она не всегда разрешима. Поэтому единственным методом поиска гамильтонова цикла минимальной стоимости z^* является метод, который либо строит z^*, если ГЗК разрешима, либо корректно устанавливает, что граф $H = (V, U)$ негамильтонов.

Основной результат

Поиск решения будем выполнять в два этапа. На первом этапе проверяются достаточные условия негамильтоновости графа $H = (V, U)$. ГЗК не разрешима, если выполнено хотя бы одно из достаточных условий негамильтоновости графа.

Очевидно, что если граф H содержит концевые вершины, то ГЗК не имеет решений. Менее очевидным является условие негамильтоновости графа, содержащего

точки сочленения. Точкой сочленения называется вершина, при удалении которой вместе с инцидентными ей рёбрами, образуется несвязный граф [6], [7]. Иначе говоря, если *v* – точка сочленения связного графа *H*, то граф *H* – *v* несвязен (рис. 1).



а) б)

Рисунок 1 – а) Граф *H* с точками сочленения *b* и *f*;
б) компоненты связности, как результат удаления вершин *b* и *f*

Утверждение. Если граф *H* = (*V*, *U*) содержит точки сочленения, то он негамильтонов.

Доказательство. Вершина *v* связного графа является точкой сочленения тогда и только тогда, когда существуют две другие вершины *x* и *y*, такие, что любая цепь между *x* и *y* содержит вершину *v*. Но в гамильтоновом цикле, кроме цепи (*x*, …, *v*, …, *y*) должна быть цепь (*y*, …, *x*), которая не проходит через вершину *v*.

Следствие. Пусть связный граф *H* = (*V*, *U*) содержит цикл *z* = (*p*, *q*, …, *t*, *p*), где $\delta_p > 2$, $\delta_q = ... = \delta_t = 2$. Тогда граф *H* негамильтонов.

Доказательство. Рассмотрим пару вершин f и j, $f \in z$, $j \notin z$. Так как граф связен, то любая цепь, соединяющая вершины f и j, проходит через вершину p. Следовательно, вершина *p* является точкой сочленения.

На рис. 2 представлен граф *H*, удовлетворяющий условиям следствия.

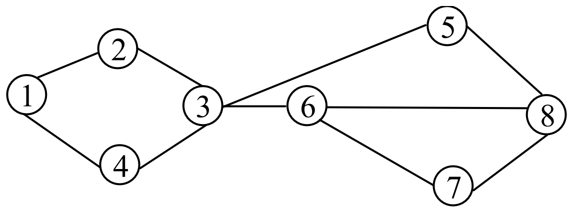


Рисунок 2 – Граф *H* содержит цикл (3, 2, 1, 4, 3), где $\delta_3 = 4$,
$\delta_2 = \delta_1 = \delta_4 = 2$ и поэтому негамильтонов

Распознавание точек сочленения в связном графе *H* = (*V*, *U*) выполняется с трудоёмкостью *O*(|*V*|+|*U*|) [6].

На втором этапе ищется решение ГЗК $z*$ для графа, не содержащего концевых вершин и точек сочленения.

Алгоритм поиска $z*$ построен в соответствии с классической схемой метода ветвей и границ, вызывающей процедуру решения задачи о назначениях (ЗН) для вычисления оценок снизу величины $D(z*)$ [4]. Вместе с тем, он имеет присущие только ему особенности, которые в процессе ветвления позволяют определить, какие подзадачи ГЗК не имеют решения.

Рассмотрим матрицу весов $\left[d_{ij}\right]_n$ ГЗК. Чтобы найти оценку снизу искомой величины $D(z^*)$, требуется для этой матрицы решить задачу о назначениях (ЗН). Но ЗН с матрицей стоимостей $\left[d_{ij}\right]_n$ содержит часть элементов $d_{ij}=\infty$ и может не иметь решения. Следовательно, для вычисления нижних оценок в процессе поиска z^* требуется алгоритм, который или корректно находит решение ЗН, или строго фиксирует, что ЗН неразрешима. Так работает модификация алгоритма Кана-Мункреса, предложенная в [4].

Алгоритм Кана-Мункреса решает ЗН на максимум в предположении, что все элементы $d_{ij}\neq\infty$, $i\neq j$. Входом модифицированного алгоритма служит матрица $\left[d'_{ij}\right]_n$, где $d_{ij}=d-d_{ij}$, если $d_{ij}\neq\infty$, и $d'_{ij}=-\infty$ иначе, $d\neq\infty$ – максимальный элемент матрицы $\left[d_{ij}\right]_n$. Тогда, если существует решение ЗН на максимум для матрицы $\left[d'_{ij}\right]_n$, то оно является решением ЗН на минимум для матрицы $\left[d_{ij}\right]_n$. Стоимости решения $C(\pi)$ и $C'(\pi)$ соответственно для матриц $\left[d_{ij}\right]_n$ и $\left[d'_{ij}\right]_n$ связаны равенством

$$C(\pi)=nd-C'(\pi).$$

Модифицированный алгоритм Кана-Мункреса ищет решение ЗН в двудольном графе $K(X,Y,E)$, $|X|=|Y|=n$, $|E|=2|U|$, отвечающем матрице $\left[d'_{ij}\right]_n$, в котором вершина $x_i\in X$ соединена с вершиной $y_j\in Y$ ребром (x_i,y_j) с весом $d(x_i,y_j)=d_{ij}\neq\infty$. ЗН разрешима, если в графе $K(X,Y,E)$ построено совершенное паросочетание π с максимальной суммой весов рёбер. ЗН неразрешима, если граф $K(X,Y,E)$ не содержит совершенных паросочетаний.

Детальное описание модификации алгоритма Кана-Мункреса представлено в [4]. Её основной конструкцией является известная процедура поиска совершенного паросочетания в двудольном не взвешенном графе $H(X,Y,E)$, $|X|=|Y|$, $|E|=2|U|$, дополненная средствами, устанавливающими при каком количестве элементов $d_{ij}=-\infty$ и их расположении в матрице $\left[d'_{ij}\right]_n$ ЗН неразрешима [4], [6]. Как алгоритм Кана-Мункреса, так и его модификация характеризуется трудоёмкостью, оцениваемой величиной $O(n^4)$ [6].

Алгоритм поиска z^* выполняется по схеме метода ветвей и границ, предложенной в [2] для решения симметричной ЗК. Эта схема в комбинации с модификацией алгоритма Кана-Мункреса применима и для решения ГЗК.

Пусть построено совершенное паросочетание π. Оно доставляет целевому функционалу ЗН минимум $C(\pi)$, принимаемый за нижнюю оценку стоимости искомого цикла z^*. Рассматривая паросочетание π как перестановку столбцов матрицы стоимостей, представим его цикловым разложением, то есть в виде совокупности непересекающихся циклов. Цикловое разложение перестановки π и оценка $C(\pi)$ образуют корень дерева ветвлений. Перестановка π, представленная единственным циклом, является решением z^* ГЗК. Его стоимость равна $C(\pi)$.

В общем случае решение ЗН содержит несколько непересекающихся циклов. Выберем из них цикл $\sigma = (v_1, v_2, \ldots, v_k, v_1)$ с наименьшим числом рёбер. Удалим все решения ЗН, которые содержат цикл σ, не потеряв при этом в исходной матрице ни одного допустимого решения z. Поскольку хотя бы одно из k рёбер (v_1,v_2), $(v_2,v_3),\ldots, (v_k,v_1)$ не должно входить в z, то множество всех решений ЗН можно представить разбиением на k подмножеств. ЗН с исходной матрицей $\left[d_{ij}\right]_n$ обозначим P_0. Тогда P_0 разбивается на k подзадач $P_1, P_2, \ldots, P_k$. Каждой из них взаимно однозначно соответствует ребро цикла σ, вес которого полагается в матрице $\left[d_{ij}\right]_n$ равным ∞, а все остальные веса остаются без изменений. В матрице $\left[d'_{ij}\right]_n$ ЗН на максимум этому ребру приписывается вес $-\infty$. Тогда, если существует решение ГЗК, то оно принадлежит множеству решений какой-либо из подзадач P_1, P_2, …, P_k, представленных вершинами дерева ветвлений, исходящими из вершины P_0.

В каждой подзадаче P_i, $i = \overline{1, k}$, можно добиться исключения не только решений, содержащих цикл σ, но и решений, включающих циклы с вершинами из множества $S = \{v_1, v_2, ..., v_k\}$. С этой целью в матрице стоимостей подзадачи P_i, полученной из P_0 присвоением элементу $d_{v_i v_{i+1}}$, $i = \overline{1, k}$, $v_{k+1} = v_1$, веса ∞, положим $d_{v_i v_j} = \infty$ для всех $v_i \in S \setminus \{v_i\}$. В соответствующей матрице стоимостей подзадачи ЗН на максимум каждый элемент $d_{v_i v_j}$ получает вес $-\infty$.

Для ЗН на максимум, соответствующей подзадаче P_i, $i = \overline{1, k}$, построим модификацией алгоритма Кана-Мункреса перестановку π_i, если P_i разрешима, или определим, что она не имеет решений. Если подзадача P_i неразрешима, то соответствующая ей вершина в дереве ветвлений не имеет допустимого продолжения. Предположим, что из k подзадач P_i разрешимы k_1 подзадач P_{i_s}, $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$, $s = \overline{1, k}$, то есть построены оптимальные перестановки π_{i_s} и вычислены доставляемые ими значения $C\left(\pi_{i_s}\right)$. Очевидно, стоимость искомого гамильтонова цикла z^* можно ограничить снизу величиной

$$C = min\left\{C\left(\pi_{i_s}\right) \mid i \in \{1,\ 2, \ldots,\ k\},\ s = \overline{1, k_1}\right\}.$$

Рассмотрим подзадачу P_q, для которой $C\left(\pi_q\right) = C$. Если решение π_q является гамильтоновым циклом, то оно будет и решением ГЗК. В противном случае перестановка π_q образует несколько непересекающихся циклов. Тогда вершина P_q дерева решений объявляется вершиной ветвления [2]. Задача P_q разбивается на подзадачи, решения которых не содержат цикла минимальной длины σ из разложения перестановки π_q. В решениях подзадач исключены также все циклы, порожденные на множестве вершин σ. Выполнив модификацию алгоритма Кана-Мункреса для

каждой полученной подзадачи, определим k_2 разрешимых подзадач P_{q_s}, $q \in \{1, 2, \ldots, k_1\}$, $s = \overline{1, k_2}$. Теперь текущей нижней границей стоимости оптимального гамильтонова цикла z^* является величина

$$C = min\left\{min\left\{C\left(\pi_{q_s}\right) | \, q \in \{1, 2, ..., k_1\}, \; s = \overline{1, k_2}\right\}, \; min\left\{C\left(\pi_{i_s}\right) | \right.\right.$$

$$\left.\left. i \in \{1, 2, ..., k\}, \; s \in \{1, 2, ..., k_1\}, \; i_s \neq q\right\}\right\},$$

которой соответствует задача P_p. Если все подзадачи, полученные из задачи P_q неразрешимы, то вершине ветвления дерева решений соответствует задача P_p с текущей оценкой

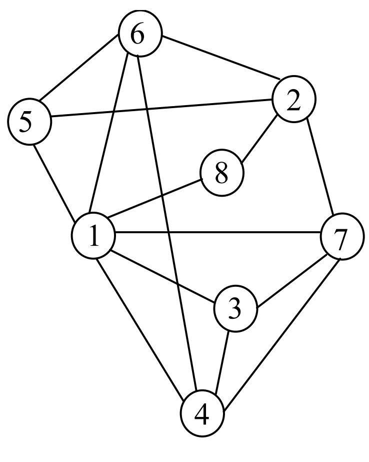
$$C = min\left\{C\left(\pi_{i_s}\right) | \, i \in \{1, 2, ..., k\}, s \in \{1, 2, ..., k_1\}, i_s \neq q\right\}.$$

Дальнейшее ветвление для вершины P_p осуществляется точно так же, как и для вершины P_q. Поиск решения ГЗК завершается в одном из двух случаев. В первом случае алгоритм находит гамильтонов цикл z^* ГЗК, который является решением ЗН с текущим значением *C*. Во втором случае алгоритм устанавливает, что все конечные вершины дерева решений не поддаются дальнейшему ветвлению, и, следовательно, ГЗК неразрешима.

Пример

Для графа *H* = (*V*, *U*), изображенного на рис. 3, и входной матрицы стоимостей $\left[d_{ij}\right]_8$ выполним поиск решения ГЗК. Граф *H* не имеет висячих вершин и точек сочленения. Поэтому нельзя утверждать, что граф *H* негамильтонов.

Для матрицы $\left[d_{ij}\right]_8$ выполним поиск решения ЗН P_0, применив модифицированный алгоритм Кана-Мункреса [4].



$$\left[d_{ij}\right]_8 = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccccccc} \infty & \infty & 9 & 5 & 10 & 6 & 11 & 4 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 11 & 4 & 9 & 4 \\ 9 & \infty & \infty & 4 & \infty & \infty & 2 & \infty \\ 5 & \infty & 4 & \infty & \infty & 11 & 9 & \infty \\ 10 & 11 & \infty & \infty & \infty & 12 & \infty & \infty \\ 6 & 4 & \infty & 11 & 12 & \infty & \infty & \infty \\ 11 & 9 & 2 & 9 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 4 & 4 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \end{array}\right] \end{array}.$$

Рисунок 3 – Граф *H* = (*V*, *U*) и матрица стоимостей его рёбер

Алгоритм ищет решение ЗН на максимум для матрицы.

$$
\left[d'_{ij}\right]_8 = \begin{array}{c} \\ 1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array}\\
\begin{bmatrix}
-\infty & -\infty & 3 & 7 & 2 & 6 & 1 & 8\\
-\infty & -\infty & -\infty & -\infty & 1 & 8 & 3 & 8\\
3 & -\infty & -\infty & 8 & -\infty & -\infty & 10 & -\infty\\
7 & -\infty & 8 & -\infty & -\infty & 1 & 3 & -\infty\\
2 & 1 & -\infty & -\infty & -\infty & 0 & -\infty & -\infty\\
6 & 8 & -\infty & 1 & 0 & -\infty & -\infty & -\infty\\
1 & 3 & 10 & 3 & -\infty & -\infty & -\infty & -\infty\\
8 & 8 & -\infty & -\infty & -\infty & -\infty & -\infty & -\infty
\end{bmatrix}
\end{array}.
$$

Оптимальным решением ЗН P_0 как на максимум, так и на минимум является перестановка π = (4, 8, 7, 1, 6, 5, 3, 2), $C'(\pi)$= 50. Минимум целевого функционала ЗН P_0 $C(\pi)$= 46 ограничивает снизу стоимость искомого решения z^* ГЗК. Цикловое разложение перестановки π имеет следующий вид: σ_1 = (1, 4, 1), σ_2 = (2, 8, 2), σ_3 = (3, 7, 3), σ_4 = (5, 6, 5). Каждый цикл разложения содержит два ребра. Поэтому для ветвления выберем любой из четырёх, например, σ_3 = (3, 7, 3). На рис. 4 представлено дерево ветвлений, отображающих процесс поиска гамильтонова цикла z^* $C(\pi)$. Все результаты вычислений, формирующие дерево ветвлений, содержатся в табл. 1.

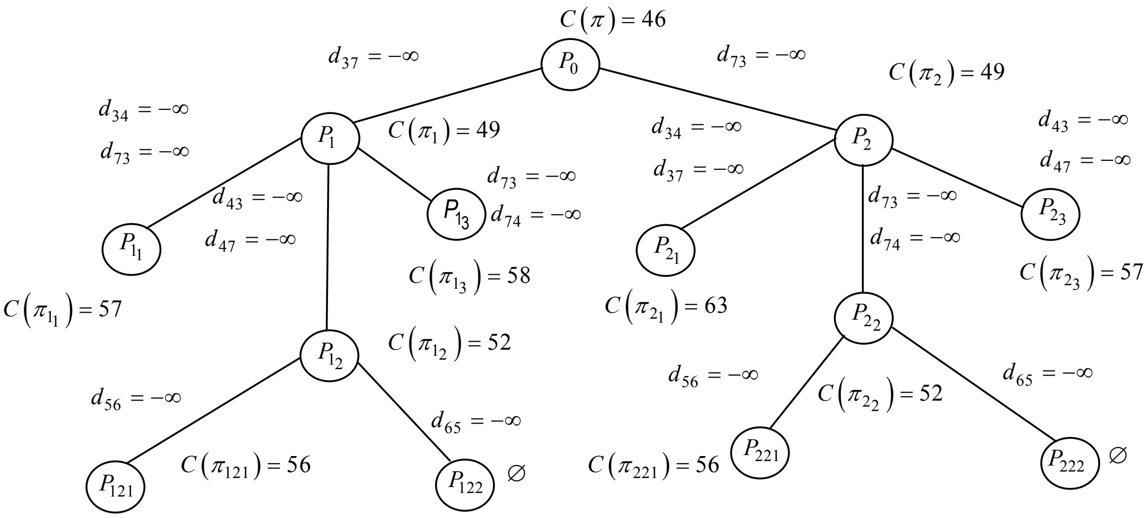


Рисунок 4 – Дерево ветвлений для ГЗК с числовыми данными примера 1

ЗН P_0 в результате ветвления порождает две задачи P_1 и P_2 на максимум с матрицами стоимостей, полученными из $\left[d'_{ij}\right]_8$. В матрице $\left[d'_{ij}\right]_8$ для задачи P_1 на $-\infty$ заменяется элемент d'_{37}=10, а для задачи P_2 – элемент d_{73}=10. Модифицированный алгоритм Кана-Мункреса находит решения π_1 и π_2 этих задач и определяет стоимости полученных решений $C(\pi_1)$ = $C(\pi_2)$ = 49. Для ветвления можно выбрать любую из подзадач с одинаковыми оценками. Выберем задачу P_1. Перестановку π_1 исчерпывают

два цикла, из которых цикл (3, 4, 7, 3) имеет минимальную длину. Исключение решений ЗН, содержащих этот цикл и всех циклов с вершинами из множества {3, 4, 7}, даёт три задачи P_{1_1}, P_{1_2}, P_{1_3} на максимум и соответствующие им матрицы стоимостей. В первой матрице $d'_{37} = d'_{34} = -\infty$, во второй $d'_{37} = d'_{43} = d'_{47} = -\infty$, в третьей $d'_{37} = d'_{73} = d'_{74} = -\infty$. Все три задачи разрешимы. Стоимости их решений равны $C\left(\pi_{1_1}\right) = 57$, $C\left(\pi_{1_2}\right) = 52$, $C\left(\pi_{1_3}\right) = 58$. На текущий момент все концевые вершины дерева ветвлений P_2, P_{1_1}, P_{1_2}, P_{1_3} активны. Так как $C = min\left\{C(\pi_2),\ C\left(\pi_{1_1}\right),\ C\left(\pi_{1_2}\right),\ C\left(\pi_{1_3}\right)\right\} = min\ \{49, 57, 52, 58\} = 49$, вершина P_2 оказывается вершиной ветвления.

Таблица 1 – Результаты вычислений, формирующие дерево ветвлений

ЗН	Решение ЗН	Цикловое разложение решения ЗН
P_0	$\pi = (4, 8, 7, 1, 6, 5, 3, 2)$, $C(\pi) = 46$	(1, 4, 1) (2, 8, 2) (3, 7, 3) (5, 6, 5)
P_1	$\pi_1 = (5, 8, 4, 7, 6, 2, 3, 1)$, $C(\pi_1) = 49$	(1, 5, 6, 2, 8, 1) (3, 4, 7, 3)
P_2	$\pi_2 = (5, 8, 7, 3, 6, 2, 4, 1)$, $C(\pi_2) = 49$	(1, 5, 6, 2, 8, 1) (3, 7, 4, 3)
P_{1_1}	$\pi_{1_1} = (4, 8, 1, 7, 6, 5, 3, 2)$, $C\left(\pi_{1_1}\right) = 57$	(1, 4, 7, 3, 1) (2, 8, 2) (5, 6, 5)
P_{1_2}	$\pi_{1_2} = (8, 7, 4, 1, 6, 5, 3, 2)$, $C\left(\pi_{1_2}\right) = 52$	(1, 8, 2, 7, 3, 4, 1) (5, 6, 5)
P_{1_3}	$\pi_{1_3} = (3, 7, 4, 3, 6, 5, 2, 1)$, $C\left(\pi_{1_3}\right) = 58$	(1, 8, 1) (2, 7, 2) (3, 4, 3) (5, 6, 5)
P_{2_1}	$\pi_{2_1} = (8, 7, 1, 3, 6, 5, 4, 2)$, $C\left(\pi_{2_1}\right) = 63$	(1, 8, 2, 7, 4, 3, 1) (5, 6, 5)
P_{2_2}	$\pi_{2_2} = (4, 8, 7, 3, 6, 5, 2, 1)$, $C\left(\pi_{2_2}\right) = 52$	(1, 4, 3, 7, 2, 8, 1) (5, 6, 5)
P_{2_3}	$\pi_{2_3} = (3, 8, 7, 1, 6, 5, 4, 2)$, $C\left(\pi_{2_3}\right) = 57$	(1, 3, 7, 4, 1) (2, 8, 2) (5, 6, 5)
P_{121}	$\pi_{121} = (8, 7, 4, 6, 1, 5, 3, 2)$, $C(\pi_{121}) = 56$	(1, 8, 2, 7, 3, 4, 6, 5, 1)
P_{122}	ЗН неразрешима	–
P_{221}	$\pi_{222} = (5, 8, 7, 3, 6, 4, 2, 1)$, $C\left(\pi_{5_2}\right) = 56$	(1, 5, 6, 4, 3, 7, 2, 8, 1)
P_{222}	ЗН неразрешима	–

Задача P_2 разбивается на три подзадачи P_{2_1}, P_{2_2}, P_{2_3} со стоимостями решений $C\left(\pi_{2_1}\right) = 63$, $C\left(\pi_{2_2}\right) = 52$, $C\left(\pi_{2_3}\right) = 57$. Из текущего множества активных вершин $\left\{P_{1_1}, P_{1_2}, P_{1_3}, P_{2_1}, P_{2_2}, P_{2_3}\right\}$ дерева ветвлений выберем вершину с минимальной оценкой $C = min\ \{57,\ 52,\ 58,\ 63,\ 52,\ 57\} = 52$. Равноправными претендентами на вершину ветвления являются вершины P_{1_2}, P_{2_2}. Для дальнейшего разбиения выберем подзадачу P_{1_2}. В циклическом разложении перестановки π_{1_2} цикл (5, 6, 5) имеет минимальную длину. Поэтому задача P_{1_2} порождает две подзадачи P_{121} и P_{122}. Модифицированный алгоритм Кана-Мункреса строит решение ЗН P_{121} в виде гамильтонова цикла (1, 8, 2, 7, 3, 4, 6, 5, 1) стоимостью $C(\pi_{121}) = 56$ и устанавливает, что задача P_{122} не имеет решений.

С построением гамильтонова цикла стоимостью 56 отпадает необходимость ветвления всех активных вершин с не меньшими оценками. Остаётся единственная ЗН P_{22}, стоимость решения которой равна 52. Циклическое разложение перестановки π_{22} включает цикл (5, 6, 5), вызывающий две новые подзадачи P_{121} и P_{222}. ЗН P_{222} не имеет решения, а решением ЗН P_{221} является гамильтонов цикл (1, 5, 6, 4, 3, 7, 2, 8, 1), у которого суммарный вес рёбер $C(\pi_{221})$ равен 56.

Стоимость построенных гамильтоновых циклов меньше, чем нижняя граница в любой концевой вершине дерева ветвлений. Таким образом, оптимальным решением ГЗК являются циклы $z_1^* = \pi_{121}$ = (1, 8, 2, 7, 3, 4, 6, 5, 1), $z_2^* = \pi_{221}$ = (1, 5, 6, 4, 3, 7, 2, 8, 1).

Заключение

Метод реализован программно на языке C#. Вычислительный эксперимент проведен на машине Seleron 1,8 Гц с оперативной памятью 2 Гб. Генерировалось не менее 100 матриц размерности 40, 60, 80, 100, которые заполнялись на 75 % значениями из интервала 1 – 50, а на 25 % – ∞. Полученные во время эксперимента результаты содержатся в табл. 2.

Таблица 2 – Результаты, полученные во время эксперимента

Размерность матриц	40	60	80	100	
Минимальное время решения, с	10,25	15,78	23,27	39,18	сек
Максимальное время решения, мин	4,58	26,22	65,26	121,75	мин

Литература

1. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – М.: Мир, 1982. – 416 с.
2. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. – М.: Мир, 1978. – 432 с.
3. Бондаренко М.Ф., Белоус Н.В., Руткас А.Г. Компьютерная дискретная математика. – Харьков: «Компания СМИТ», 2004. – 480 с.
4. Панишев А.В., Плечистый Д.Д. Модели и методы оптимизации в проблеме коммивояжера. – Житомир: ЖГТУ, 2006. – 300 с.
5. Вьялицин А.А. О перечислении гамильтоновых циклов // Дискретная математика. – 1991. – Т. 3, Вып. 3. – С. 46-49.
6. Рейнгольд Э., Нивергельт Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика. – М.: Мир, 1980. – 476 с.
7. Харари Ф. Теория графов. – М.: Мир, 1973. – 300 с.
8. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети, алгоритмы. – М.: Мир, 1984. – 454 с.

І.В. Гаращенко, А.В. Морозов, А.В. Панішев

Метод розв'язання гамільтонової задачі комівояжера

Пропонується двоетапний метод пошуку розв'язання гамільтонової задачі комівояжера, який або знаходить розв'язання поставленої задачі, або коректно встановлює, що задача не має розв'язання. Розроблений метод має значно меншу потребу в обчислювальних ресурсах, ніж відомі алгоритми.

I.V. Garashchenko, A.V. Morozov, A.V. Panishev

The Method for Solving of Hamilton's Commercial Traveller Problem

The two-stage method is offered for solving the Hamilton commercial traveller problem which either finds a solution or correctly specifies that task in unsolvable. Developed method has significantly lesser computational power requirements than known analogues.

Статья поступила в редакцию 25.06.2008.